

# РЕКУРСИВНЫЕ УЧЕБНЫЕ ПРОГРАММЫ

**Александр Олегович Карпов,**

руководитель НОЦ «Инновационная педагогика в техническом университете»,  
начальник управления «Образовательные и научные молодёжные программы и проекты»,  
кандидат физико-математических наук, Московский государственный университет  
имени Н.Э. Баумана

• рекурсивность • идея повторения • рекурсивное обучение • рекурсивная схема •

## Концепция рекурсивности

Традиция организации учебных программ в качестве основополагающего дидактического инструмента включает процедуры повторения. В самой простейшей форме такое дидактическое повторение репрезентируется в виде «зубрёжки», которая показала себя необходимым атрибутом монастырских школ, общеобразовательных школ индустриальной эпохи, а также учебных заведений нашего времени, остающихся на позициях формального обучения.

Следующий шаг дидактическое повторение делает в обучении, предполагающем рефлексирование в замкнутой системе знаний. Здесь мы находим средневековую схоластику и «научное» образование современной эпохи, оперирующее фактуальными учебниками.

Идея повторения, открытого, развивающего и динамично обогащающегося содержанием, также стара, как идея организованного обучения. Античные школы софистов, учившие политических раторов рабовладельческих демократий Средиземноморья, — пример открытой дидактической системы, базиру-

ющейся на схемах повторения, или рекурсивных схемах. Сократические диалоги Платона и Ксенофонта — в этом дискурсивном ряду.

Прямой перевод слова «recurso» с латинского — воз-

вращаться, в переносном смысле — опять приходиться, вновь пробуждаться, вспоминаться<sup>1</sup>. Дидактический приём «случаться снова» концептуально закреплён в современной педагогической теории в рамках понятия «рекурсивная учебная программа».

Начало определению рекурсивной учебной программы, как отмечают специалисты<sup>2</sup>, положил в 1960-х годах Дж. Брунер, разработавший концепцию «спиралевидно построенной программы обучения» («spiral curriculum»). Одним из трёх процессов обучения при освоении предмета Брунер считает *трансформацию знаний*. Два других — получение новой информации и проверка степени адекватности применяемых способов обращения с ней. Процесс трансформации знаний предполагает перестройку наличного знания, которое приспособливает его к решению *новых задач*<sup>3</sup>. Проблема планирования этапов психически *комфортного* овладения знаниями имеет непосредственное отношение к *разнообразию* учебных приёмов усвоения понятий и применению одного и того же способа обучения к «похожим» предметным темам, развитие и перетолковывание которых осуществляется на разных ступенях обучения.

Концептуализация дидактики повторения в *spiral curriculum* Дж. Брунера обязывает, как всякая *общая* форма репрезентации идей, к осторожности при формировании и реализации педагогических действий. Так, например, вполне очевидное для Брунера представление о том, что чем больше длительность и выше частота приёмов усвоения понятий в процессе обучения, тем больше выигрыш в смысле понимания и овладения предметом, привело к весьма негативным

<sup>1</sup> Дворецкий И.Х. Латинско-русский словарь. М.: Русский язык, 1976. С. 858.

<sup>2</sup> Doll W.E. A Post-modern Perspective on Curriculum. New York and London: Teacher College Press, Columbia University, 1993. P. 178.

<sup>3</sup> Брунер Дж. Психология познания. За пределами непосредственной информации. М.: Прогресс, 1977. С. 370.

педагогическим последствиям в учебной практике отечественных инновационных школ. Когнитивный «пинг-понг», возникающий как результат высокой частоты межтематического переключения и длительной «игры» в абстрактные понятия, на деле приводит к неустойчивости познавательной структуры личности, характеризующейся хаотичными связями с предметными прототипами и слабыми межпонятийными зависимостями. Последствием является быстрая регрессия к весьма опасному психосоматическому состоянию. Наблюдаемые при этом рецидивы частичной потери памяти и способности к рассуждению весьма похожи на некий род социокогнитивной деменции; последняя часто позиционируется в ряду *органических* психических синдромов. В связи с этим особую тревогу вызывает то, что концепция *spiral curriculum* была разработана Брунером для детей, т. е. учащихся до старшей школы, в частности, он говорит о программах для 4–6-х и начальных классов.

В одной из современных концептуализаций, выполненной У.Е. Доллом, рекурсивное обучение рассматривается в контексте понятия «программа-процесс», когда научение и понимание *создаются*, а не передаются. Такая программа-процесс должна быть насыщенной, рекурсивной, реляционной и жёсткой<sup>4</sup>. Этот принцип четырёх «Р», введённый Доллом, — *rich, recursive, relational, rigorous* — противопоставляется им классическому принципу трёх «Р» — чтение, письмо, арифметика (*reading, ritin, rithmetic*), который в конце XIX — начале XX века был призван работать на нужды развивающегося индустриального общества.

В ряду четырёх «Р» *рекурсивность*, по Доллу, — это способность программы возвращаться к себе и обращаться на себя. Она связывает личность рефлексивным отношением со средой, с людьми, с культурой; даёт возможность размышлять над собственным знанием и создавать механизмы определения смысла; требует педагога-наставника для критического отношения к знанию и стимулирования рефлексии. Рекурсия, как полагает Долл, — основа *трансформативного* качества учебного процесса.

Три другие характеристики «программы-процесса» У.Е. Долла могут быть коротко пояснены следующим образом.

*Насыщенность* (богатство) программы обусловлена её глубиной, уровнями смысла, возможностями, интерпретациями; сюда входит взвешенная композиция жизненного опыта как проблематика самой жизни, интегрирующей с культурой и порождающей неопределённость, аномалии, неравновесность. Насыщенность программы — это провокативно-генеративное качество в отношении познания.

*Реляционность* выражает сфокусированность программы на культурно-контекстное обучение, на интеракционизм в культурно-педагогическом измерении, на связи в отношениях ученика, наставника и учителя, выходящие за пределы учебного круга. Реляционность программы — это соединение ближних и дальних перспектив как системы локально-глобальных отношений.

*Жёсткость* программы — это ограничения, налагаемые на широту изменений программы, на ментальное развитие идей и игру с концепциями; ограничения, которые регулируют динамику возможностей, спектр актуализаций, качество интерпретаций. Жёсткость программы — это рамки её трансформации.

### Структура рекурсивной схемы

Рассматривая проблематику рекурсии учебной программы в формальном плане, можно заключить, что рекурсивная идея в построении учебной программы есть, по сути, неоднократное воспроизводство определённой познавательной структуры — *рекурсивной схемы*. Эта схема представляет собой дидактическую конфигурацию, в которой могут быть запечатлены, например, логика репрезентации учебного материала, формы его воплощения, познавательные инструменты.

Тогда участок учебной программы, опирающийся на заданную рекурсивную схему, конструируется исходя из логических, морфемных или инструментарных типов правил, определённых её содержанием. Рекурсивная схема может включать как один из подобных типов правил, так и их комбинации. Сама рекурсивная схема в значительной сте-

<sup>4</sup> Doll W.E. A Post-modern Perspective on Curriculum. P. 156.

пени свободна от конкретных содержаний учебного предмета (дисциплины, предметной области) и частных воплощений способа работы со знанием.

*Формальная* структура рекурсивной схемы предполагает наличие *входных* параметров, значения которых определяются в месте её актуализации (вызова) в ходе учебного процесса. Такими значениями, «подставляемыми» во входные параметры, могут быть конкретные проблемные ситуации, технические конструкции, физические законы, литературные произведения и течения, исторические события и периоды, культурные артефакты и процессы. При отсутствии параметризованного (подставляемого) содержания рекурсивная схема вырождается в простое повторение учебного материала — традиционную «зубрёжку» или рефлексирование над замкнутым набором фактов.

Иллюстрация формальной структуры рекурсивной схемы (её «тела») приведена на рис. 1.

«Обращение» к рекурсивной схеме из учебной программы поступает в  $\alpha$ -область, где осуществляется подстановка в её парамет-

ры значений, сформированных в ходе учебного процесса. Обработка конкретных данных осуществляется в учебном промежутке между  $\alpha$ - и  $\beta$ -областями. Это может быть решение исследовательской задачи, конструирование технического приспособления, изучение физического явления, анализ литературного произведения и т. д.

В  $\beta$ -области происходит определение необходимости повторения произведённой учебной работы на новом материале или в углублённом, усложняющемся режиме. Первое требует от педагога предварительной заготовки набора проблемных заданий, включаемых в систему входных параметров; второе — наличия в теле рекурсивной схемы режимов разного уровня сложности.

Повтор продолжит выполнение рекурсивной схемы до  $\gamma$ -области, где будут сформированы значения новых параметров и произведён «самовывоз» — возвращение в рекурсивный «цикл», т. е. в  $\alpha$ -область.

При завершении рекурсии переход осуществится из  $\beta$ -области в зону рекурсивной схемы, располагаемую за  $\gamma$ -областью.

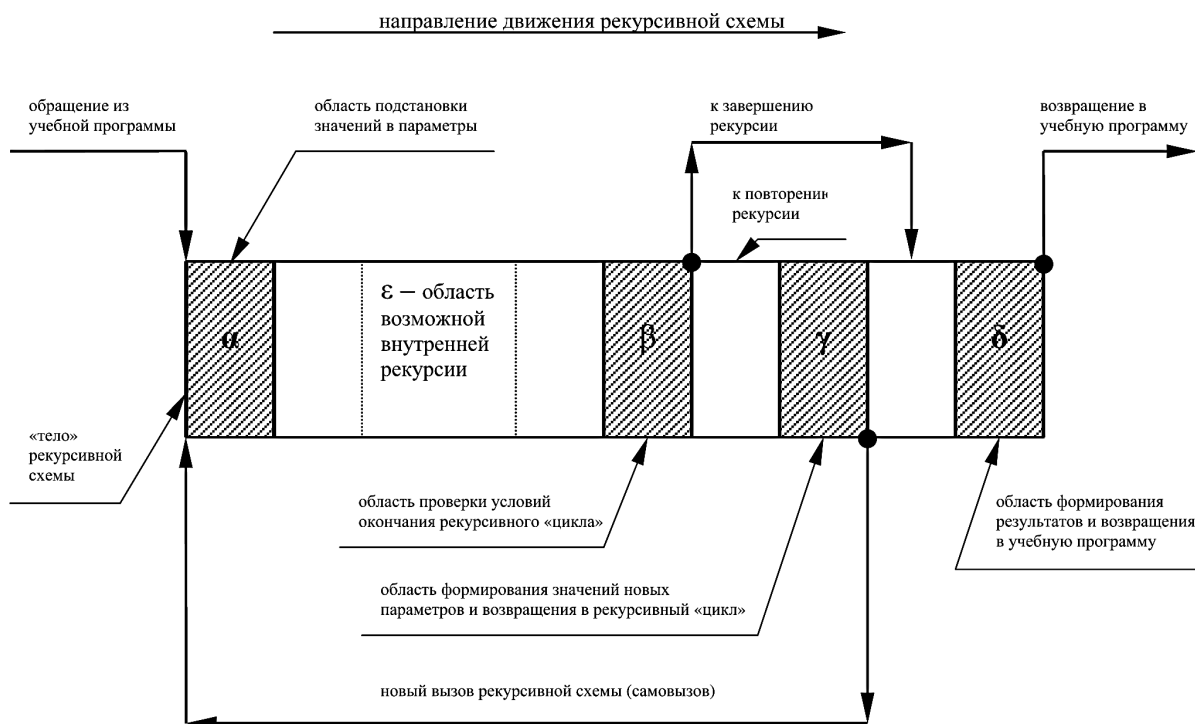


Рис. 1. Формальная структура «тела» рекурсивной схемы

Последующее формирование результатов и возвращение в русло учебного процесса происходят с участием  $\delta$ -области.

Следует заметить, что рекурсивная схема, например, репрезентирующая логику учебного материала, может включать области дополнительной, внутренней рекурсии ( $\varepsilon$ -область на рис. 1), обслуживающей, в частности, эффекты усложнения заданий.

### Функционирование рекурсивной учебной программы

Учебный процесс, построенный на основе *рекурсивной учебной программы* (т. е. программы, опирающейся на рекурсивные схемы), предполагает обращение к «повторяющимся» познавательным образцам. Такие обращения будут формировать в теле учебной программы рекурсивные сегменты, воспроизводящие ту или иную рекурсивную схему. С точки зрения внешнего наблюдателя первый и последующий *повторы* могут выглядеть как расширяющаяся репрезентация некоего первичного учебного сегмента. Этот *начальный* рекурсивный сегмент *кажется* дидактическим базисом

рекурсивной схемы, из которого обогащается её познавательная конфигурация логического, морфемного или инструментального типов.

В действительности же способ функционирования рекурсивной программы иной. Рекурсивная схема конструируется как функциональный элемент учебной программы, дидактически независимый от её основного тела. Она «абстрактна» и всегда вне программы, поскольку за счёт параметризации из неё исключена значительная часть предметного содержания, которое формируется к моменту её вызова и замещает собой неопределённые аргументы. Каждый вызов рождает свою *глубину рекурсии*, т. е. количество обращений рекурсивной схемы к себе самой.

На рис. 2 представлена функциональная структура рекурсивной учебной программы, опирающейся на две рекурсивные схемы (схема  $R_1$  и схема  $R_2$ ) с разной глубиной рекурсивной реализации.

Рекурсивная учебная программа открыта как с точки зрения предметного содержания, так и по отношению к познавательным инструментам. В значительной степе-

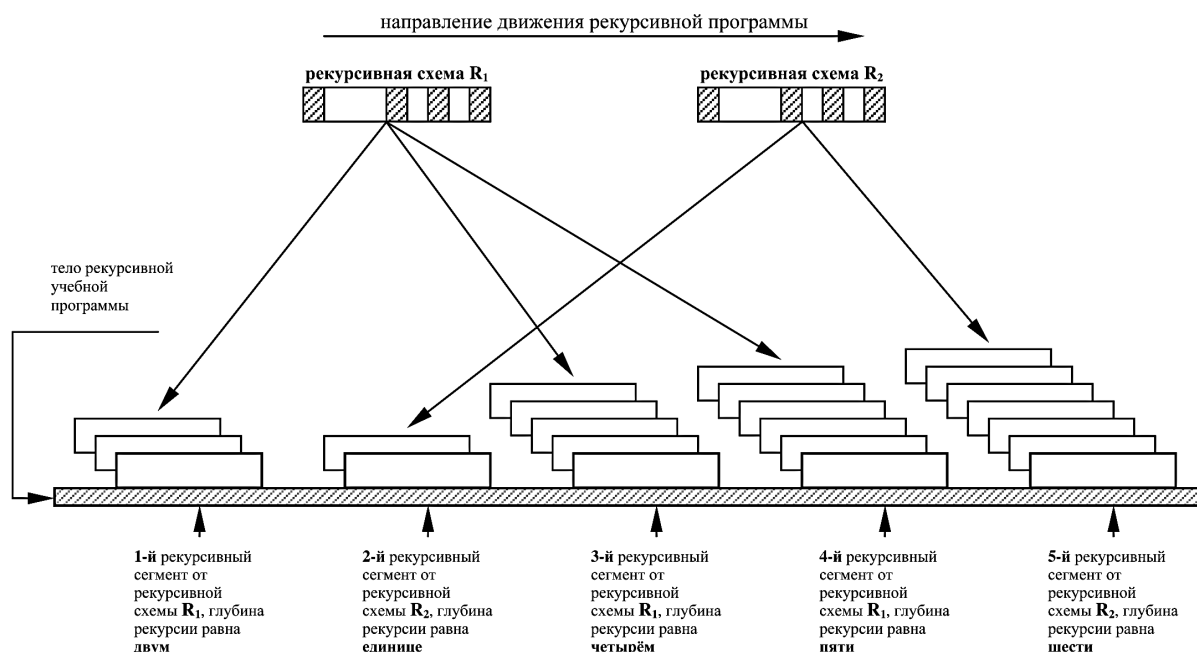


Рис. 2. Функциональная структура рекурсивной учебной программы

ни вызов той или иной рекурсивной схемы определяется решением педагога, которое связано с реалиями конкретного учебного процесса. В то же время использование определённой рекурсивной схемы опирается на недетерминированные результаты предшествовавшего обучения и само, будучи в значительной степени свободно в выборе параметризованных значений и глубины рекурсии, создаёт *непредсказуемый* результат. Так архитектура учебного процесса становится делом конкретного педагога и коллектива его учеников.

Однако утверждение У.Е. Долла, когда он говорит, что «в программе, которая чит, ценит и использует рекурсивность, нет ни фиксированного начала, ни конца»<sup>5</sup>, — очень сильная метафора. Как всякий учебный процесс, реализация рекурсивной программы имеет и своё начало, и свой конец. При этом вопросы «чем начать?» и «чем закончить?» — действительно *новые* для учительствующего субъекта в силу допускаемой свободы выбора в содержаниях и инструментах, с которыми оперируют рекурсивные схемы, а также вариативности результатов их работы. Именно отсюда «рекурсия нацелена на развитие компетентности — способности организовывать, сочетать, исследовать, использовать что-то эвристически».

### Дедуктивно-индуктивная учебная рекурсия

Эвристическое познание воспроизводит типичные познавательные процедуры, такие как, например, дедукция, индукция и абдукция. Реальная когнитивная практи-

ка причудливо сочетает познавательные акты, которые выделяются в виде тех или иных типичностей. Следовательно, говоря о дедукции, индукции и абдукции, мы имеем дело с определённым уровнем абстрагирования ментальных механизмов, с идеальными, по Веберу, типами познавательной активности.

Теория силлогизмов, разработанная Аристотелем, в основе которой лежит логический вывод, даёт представление о методе опосредованного (через рассуждения) получения знания. Трансцендентальная дедукция И. Канта представляет собой попытку объяснить механизм сопоставления категорий рассудка (понятий) с предметами познавательного опыта, т. е. преобразование допонятийного восприятия в понятийное познание. *Дедуктивный* метод лежит в основе построения теории таких наук, как математика и физика. Понятие «дедукция»<sup>6</sup> в познавательном плане подразумевает либо вывод в цепи умозаключений, либо переход в движении знания от общего к частному. Имея в виду учебное познание, термин «дедукция» будет употребляться нами в последнем варианте.

Теория познания эмпиризма, т.е. познания из опыта с опорой на человеческие чувства, обязана своей глубокой разработкой Ф. Бэкону. Бэкон исходит из того, что подстановка в дедуктивные схемы сомнительных или ложных утверждений (аксиом) ставит под вопрос истинность заключения<sup>7</sup>. Отсюда актуализируется проблема истинности исходных положений научной дедукции, т.е. знаний, находящихся в первичном эпистемическом отношении к действительности, исходящих *непосредственно* от мира физического или социального. Бэкон критикует обычную логику схоластов, апеллирующую к Аристотелю, которая принимает как бы по чужому поручительству непосредственные данные чувства, то первое, что собрал предоставленный самому себе разум, разум, для которого чувство есть мера вещей. Из такого рода когнитивно-диффузной эмпирической системы, документированной смутными *отголосками* природы, дедукция схоластов обречена на создание лишь *иллюзорной* обоснованности.

Преодолевать трудное и тёмное в природе Ф. Бэкон предписывает своему *индуктив-*

<sup>5</sup> Doll W.E. A Post-modern Perspective on Curriculum. P. 178.

<sup>6</sup> Dēductio (лат.) — отдельные значения: выведение, дедукция; dēductio ratiōnis (лат.) — доказывание, доказательство. Дворецкий И.Х. Латинско-русский словарь. С. 295.

Слово «дедукция» имеет ряд смысловых значений, среди них: в широком смысле — переход от знания общего к знанию частному; в узком смысле — выводное доказательство, процесс теоретического вывода, идущий в соответствии с правилами логики от общих утверждений к следствиям из них; в специальном смысле — название теории правильных выводов.

<sup>7</sup> Бэкон Ф. Великое Восстановление Наук. Роспись сочинения // Бэкон Ф. Соч. в 2 т. Т. 1. М.: «Мысль», 1977. С. 71.

ному<sup>8</sup> методу. Бэконовская индукция «непрерывно и постепенно устанавливает аксиомы, чтобы только в последнюю очередь прийти к наиболее общему». И действует так вместо того, чтобы в духе аристотелевой схоластики воспарять к нему сразу от чувств и частного, словно к твёрдой оси, вокруг которой должны вращаться рассуждения<sup>9</sup>. Познавательный порыв бэконовской индукции находит себя в стремлении превозмочь ветер ходячих мнений, привести к лучшему виду общение между умом и вещами. Таким образом, индукция по Бэкону, которая не является просто «перечислением» в смысле наивного сенсуализма, способна создать систему достоверных знаний, подлежащих дальнейшей дедукции. Речь в большей степени идёт о выработке «аксиом» естествознания как достоверной в смысле теории экспериментальной проверки системы базисных утверждений.

Индуктивный метод Бэкона опирается на теоретически организованный эксперимент. Эта познавательная позиция отчасти превосходит положение попперовской эволюционной эпистемологии о том, что теория всегда предшествует эксперименту<sup>10</sup>. Можно сказать, что теоретические принципы способны быть навеяны опытом, но не являются прямым индуктивным обобщением опытных фактов<sup>11</sup>. «Теория всегда строится на априорных основаниях и оправдывается независимо и помимо эмпирических подтверждений», — полагает К. Хюбнер. Однако в познании «связь с опытом не ставится под сомнение, но теоретическая конструкция, которая предшествует этой связи, обладает своим собственным дополнительным контекстом обоснования и оправдания, независимо от опыта». Кроме того, «именно новые теории, материалом для которых часто служат обломки старых теорий, открывают новые горизонты опыту, создают новые условия для возможных экспериментов»<sup>12</sup>.

Ф. Бэкон близко подошёл к пониманию того, что опыты всегда включены в некоторую теорию, поскольку «сами по себе ... не приносят никакой пользы, ... их ищут не ради них самих, но они имеют такое же значение для вещей и практики, какое имеют для речи и слов буквы алфавита»<sup>13</sup>. В этой бэконовской аналогии эмпирическая теория, т.е. система знаний, предшествующая опыту, задающая ему цели, направляющая его и

интерпретирующая опытные данные, т.е. оформляющая опыт как познавательный акт, сопоставляется с грамматикой, которая также незримо оформляет речь и создаёт её смыслы, конструируя последнюю из алфавитной фонетики букв. По Бэкону, теоретическая основа эмпирического мышления, так сказать принцип научной индукции<sup>14</sup>, производит в опыте *разделение и отбор* для формирования необходимых выводов; в опыте «только ошибки близки, а указания на них приходится искать долго». Эмпирическая теория превосходит опыт, делает его разумно и в соответствии с правилами, придуманными и приспособленными для достижения предмета исследования, делает его орудием для восприятия *подлинных* лучей вещей. Индуктивный опыт становится обоснованным, а не малоопытным истолкователем вещаний чувств. Мысль Бэкона рассматривает индукцию как систематическую процедуру исследования, и несомненно, скажем мы, как методологически оформленную познавательную процедуру.

По поводу теоретической нагруженности физического эксперимента в современной науке К. Хюбнер, в частности, замечает «Чтобы процедура измерения имела смысл, ей должна предшествовать не только теория применяемых приборов, но и теория измеряемых величин, поскольку понятие об этих величинах не является результатом какого-то неопределённого жизненного опыта, а получает дефиницию и определяется только в рамках теории»<sup>15</sup>. Иными словами, чтобы измерять длины световых волн, нужна теория световых волн.

<sup>8</sup> Inductio (лат.) — отдельные значения: приведение аналогичных примеров, индукция; *indico animum* (лат.) — прийти к убеждению; *indico pontem* (лат.) — наводить мост. Дворецкий И.Х. Латинско-русский словарь. С. 516.

Индукция — умозаключение от фактов к утверждению, гипотезе, суждению; познание при помощи обобщения наблюдений, от отдельному к общему; Ф. Бэкон противопоставлял индукцию умозрительным рассуждениям.

<sup>9</sup> Бэкон Ф. Великое Восстановление Наук. Роспись сочинения. С. 71.

<sup>10</sup> Поппер К.Р. Объективное знание. Эволюционный подход. М: Эдиториал УРСС, 2002. С. 249.

<sup>11</sup> Стёпин В.С. Смена методологических парадигм // Хюбнер К. Критика научного разума. М.: Институт философии РАН, 1994. С. 10.

<sup>12</sup> Хюбнер К. Критика научного разума. М.: Институт философии РАН, 1994. С. 197, 198, 194 (курсив частично мой).

<sup>13</sup> Бэкон Ф. Великое Восстановление Наук. Роспись сочинения. С. 76.

<sup>14</sup> Субботин А.Л. Фрэнсис Бэкон и принципы его философии // Бэкон Ф. Соч. в 2 т. Т. 1. С. 33.

<sup>15</sup> Хюбнер К. Критика научного разума. С. 57.

Пирс Ч.С. увидел в основе дедуктивно-индуктивных методов работы со знанием проблему отбора подходящих гипотез, за решение которой ответственен «абдукционный инстинкт». В познавательных процедурах, согласно Пирсу, действует механизм абдукции<sup>16</sup>, который репрезентируется в рассуждениях, приводящих к принятию гипотез, объясняющих факты или исходные данные<sup>17</sup>. После абдукционной селекции наступает очередь ретродукции — индуктивной процедуры, обеспечивающей эмпирическое тестирование выдвинутых гипотез, а за ней — дедуктивной, реализующей вывод следствий из принятой системы гипотез. «Фактически, — отмечает В.К. Финн, — согласно Ч.С. Пирсу, познавательная деятельность есть синтез абдукции, индукции и дедукции»<sup>18</sup>.

Рекурсивная модель способна к описанию дедуктивной и индуктивной последовательности развития учебного материала. Многократное использование того или иного образца педагогической работы по сути дела воспроизводит механизм учебной рекурсии, неявно заложенный в программу обучения. Рекурсивные схемы задают повторяющиеся матрицы познавательных форм и действий. Такие матрицы «копируют» дидактические образцы *разной степени предметной общности*. Можно изучать закон Ома для разных участков цепи (матрица 1), либо проводить аналогию между схемами распределения потоков (токов) в гидравлических и электрических контурах (матрица 2). Можно исследовать устойчивость, способность к самовосстановлению, культурную ценность конкретных экосистем, например, тихой речушки, бегущей за воротами школы, но также использовать экологическую концепцию в исследованиях среды человеческого

обитания (социальная экология) и ценностной системы общества (экологическая этика). Можно применять методику структурного анализа к текстам литературных произведений, но в то же время археологический анализ М. Фуко позволяет изучать разные

дискурсивные формации целых культурных эпох.

Дедуктивно-индуктивная динамика учебной программы наглядно репрезентируется через взаимодействие теоретических и практических форм знания. В одной из простейших рекурсивных реализаций формальная структура дедуктивно-индуктивной учебной программы содержит пару рекурсивных схем: «теоретическую»  $R_1$  и «практическую»  $R_2$ , которые связаны *перекрёстными* ссылками. Последнее означает, что в «алгоритмическом» теле рекурсивных схем заложен как собственный вызов, так и вызов своего «визави», т.е. *альтернативный* вызов. На рис. 3 представлена одна из моделей, описывающих взаимосвязь в паре рекурсивных схем с перекрёстными ссылками  $\omega_1$  и  $\omega_2$ . Модель рекурсивной пары использует формальную структуру тела рекурсивной схемы, изображённую на рис. 1.

Отдельные фрагменты рассматриваемого учебного курса могут быть построены через движение знания общего (теоретического) к знанию частному (практическому), либо наоборот — через поиск и сравнение фактов к обобщающей их теории. В первом случае реализуется дедуктивный механизм познания, во втором — индуктивный. Кроме того, будем считать, что и теоретическая, и практическая части обучения в обоих случаях допускают рекурсивное построение, т.е. основаны на однотипном воспроизведении дидактических образцов (каждая своих).

Рекурсивная схема  $R$ , обращаясь к себе  $n$  раз, воспроизводит серию одинаковых дидактических образцов — моносерию  $U = R \rightarrow R \rightarrow \dots \rightarrow R$ . Число элементов в серии  $U$  (в нашем случае число образцов схемы  $R$ ) есть длина серии. Для моносерии  $U$  её длина рассчитывается по формуле:

$$\text{длина моносерии} = n + 1, \quad (1)$$

где  $n$  — глубина рекурсии схемы  $R$ . Две моносерии —  $U_1$ , порождённая  $R_1$ , и  $U_2$ , порождённая  $R_2$ , могут быть соединены в рекурсивные серии  $U_1 \rightarrow U_2$  и  $U_2 \rightarrow U_1$ . В первой сначала выполняется моносерия рекурсивных схем  $R_1$ , а затем  $R_2$ ; во второй реализуется обратная последовательность.

<sup>16</sup> Abductio (лат.) — пленение, похищение, уединение; abductio (лат.) — часть значений: склонять к отпадению, разграничивать, отличать; abductio conjecturis divinatorum (лат.) — разграничивать предположения наития. **Дворецкий И.Х.** Латинско-русский словарь. С. 12, 236, 342.

<sup>17</sup> **Финн В.К.** Синтез познавательных процедур и проблема индукции // Научно-техническая информация. Сер. 2. Информационные процессы и системы. М.: ВИНТИ, 1999. № 1-2. С. 9.

<sup>18</sup> Там же.

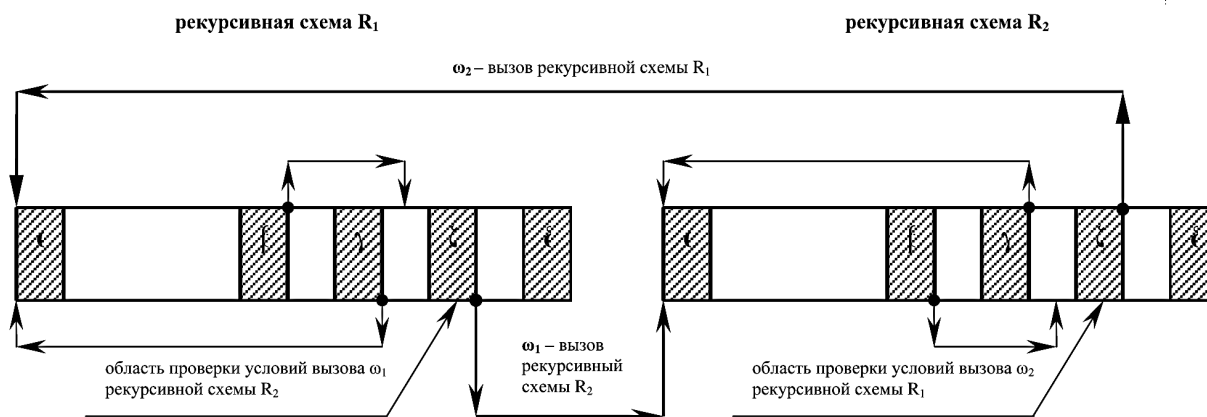


Рис. 3. Модель рекурсивной пары с перекрёстными ссылками (частная реализация)

Обращаясь к интерпретации  $R_1$  как рекурсивной схемы, задающей воспроизводство «теоретического» образца знания, а  $R_2$  — «практического», получим, что рекурсивная серия  $U_1 \rightarrow U_2$  описывает дедуктивную познавательную последовательность в учебной программе, в то время как  $U_2 \rightarrow U_1$  — индуктивную.

Например, при изучении закона Ома в *дедуктивном* ключе сначала теоретически ( $R_1$ ) выводятся формулы для случаев электрической цепи с разной конфигурацией сопротивлений (последовательной, параллельной, etc.). Затем полученные формулы практически ( $R_2$ ) проверяются в лабораторных условиях: измеряются значения тока и напряжения на соответствующих схемах электрических цепей и подставляются в теоретические формулы.

Пусть «теоретическая»  $U_1$  и «практическая»  $U_2$  рекурсивные моносерии имеют по три повторения (длина серий равна трём, глубина рекурсии — двум). Тогда серия

$U^{(1)} = U_1 \rightarrow U_2$  рекурсии дедуктивного типа, которая описывает дедуктивную последовательность изучения закона Ома, примет следующий вид:

$$U^{(1)} = R_1 \rightarrow R_1 \rightarrow R_1 \rightarrow R_2 \rightarrow R_2 \rightarrow R_2 \quad (2)$$

В случае *индуктивного* хода изучения закона Ома познавательная последовательность противоположна: в лабораторных экспериментах ( $R_2$ ) исследуются вольт-ам-

перные характеристики электрических цепей. Их значения позволяют *качественно* наметить индуктивные гипотезы зависимостей закона Ома для простой и сложной цепей. В последующем теоретическом изложении индуктивные гипотезы формализуются (обобщаются) в аналитических зависимостях ( $R_1$ ). В условиях, аналогичных последовательности (2), серия  $U^{(2)} = U_2 \rightarrow U_1$  рекурсии *индуктивного* типа, которая представляет индуктивную последовательность обучения, записывается следующим образом:

$$U^{(2)} = R_2 \rightarrow R_2 \rightarrow R_2 \rightarrow R_1 \rightarrow R_1 \rightarrow R_1 \quad (3)$$

С дидактической точки зрения при обучении в дедуктивной последовательности  $U^{(1)}$  теория *проверяется* и *закрепляется* экспериментальной практикой, при обучении в индуктивной последовательности  $U^{(2)}$  практика *обобщается* и *подкрепляется* теоретическим обоснованием. На рис. 4 приведена иллюстрация функционирования рекурсивной пары с перекрёстными ссылками дедуктивного и индуктивного типов.

Рекурсивные серии  $U^{(1)}$  и  $U^{(2)}$  репрезентируют *жёстко детерминированную* последовательность учебной рекурсии, т.е. на каждом шаге выполнения этих серий отсутствует возможность выбора иной траектории развития учебной программы. *Трансформативность* этих учебных фрагментов может быть достигнута введением вариативности в работу рекурсивных схем  $R_1$  и  $R_2$ .



Так, в нашем примере первая экспериментальная проверка  $R_2$  дедуктивной серии  $U_1$  способна «фальсифицировать» (не подтвердить) одну из теоретических формул, полученных в результате её учебной реализации. Условия вариативности должны задавать: (А) правила рекурсивного вызова и (В) критерий окончания учебной рекурсии. Тогда в качестве одного из возможных наборов условий вариативности дедуктивной рекурсии можно рассмотреть следующий.

(А) Правила рекурсивного вызова.

1). Если эксперимент в  $R_2$  не подтверждает теоретическую формулу из  $R_1$ , то необходима дополнительная реализация (вызов)  $R_1$  по перекрёстной ссылке из  $R_2$  с получением новой формулы для последующей экспериментальной проверки (верификации или фальсификации).

2). После подтверждения (верификации) экспериментом в  $R_2$  теоретической формулы из  $R_1$  ставится новый эксперимент из  $R_2$ , проверяющий следующую теоретическую формулу из  $R_1$ .

(В) Критерий окончания учебной рекурсии.

3). Если число неподтверждений (фальсификаций) превышает предварительно установленный предел, то рекурсивная пара переходит к проверке следующей теоретической формулы.

4). Если экспериментально проанализированы (с учётом фальсификаций) все теоретические формулы, то рекурсивная пара заканчивает свою работу.

Приведённые выше правила (А) рекурсивного вызова могут быть интерпретированы в виде графа (4).

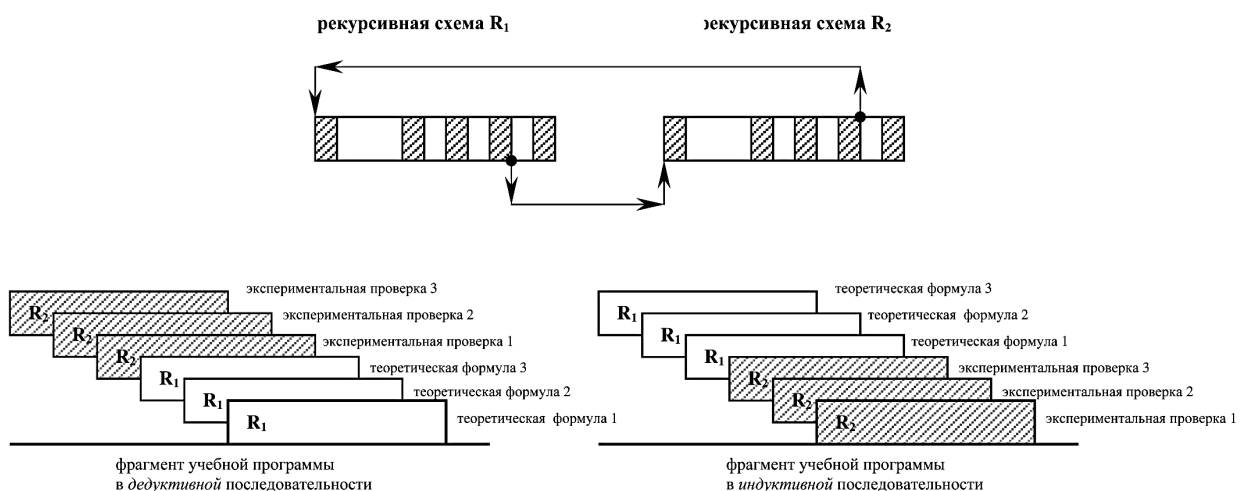


Рис. 4. Рекурсивная пара с перекрёстными ссылками (частная дедуктивно-индуктивная реализация)

Иные условия вариативности могут допускать, например, отказ от получения новой формулы до определённого числа первых опытных фальсификаций вследствие возможных ошибок эксперимента. Дидактический смысл такого подхода очевиден: он предлагает ученику проверить «чистоту» собственной экспериментальной работы, прежде чем отрицать истинность устоявшейся теории.

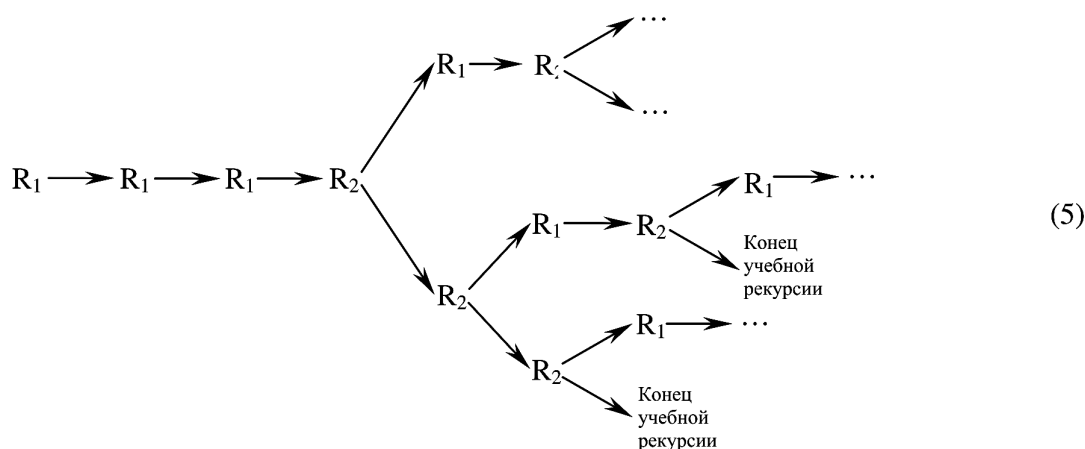
При наложении на дедуктивную рекурсию условий вариативности 1) ... 4) реализуется трансформативная программа обучения. Применим к дедуктивной последовательности  $U^{(1)}$ , записанной выше в виде формулы (2):

$$U^{(1)} = R_1 \rightarrow R_1 \rightarrow R_1 \rightarrow R_2 \rightarrow R_2 \rightarrow R_2,$$

правила рекурсивного вызова (A), интерпретированные схемой (4), и критерий окончания учебной рекурсии (B). Тогда серия  $U^{(1)}$  «расщепляется» в виде графа рекурсии (5), который репрезентирует работу рекурсивной пары с перекрёстным вызовом.

дидактические значения, которые придаются рёбрам и вершинам графа рекурсии, могут быть прочитаны на интерпретативной схеме графа (4), иллюстрирующего правила рекурсивного вызова.

Анализ вариативности *индуктивной* серии  $U^{(2)}$  может быть проведён по аналогии. Содержательно он должен исходить из того, что одна из эмпирических гипотез, предложенная после экспериментальной серии  $R_2 \rightarrow R_2 \rightarrow R_2$ , которой начинается  $U^{(2)}$ , может оказаться неспособной получить реализацию на теоретическом уровне ( $R_1$ ) в рамках существующих представлений о физической картине мира. С дидактической точки зрения налицо работа ученического воображения. Учитель имеет возможность распорядиться этой ситуацией по-разному. Например, проигнорировать её, осуществить возврат к эксперименту ( $R_1$ ), или всё-таки отрефлексировать творческую находку. В последнем случае потребуются дополнительные дидактические ресурсы, которые следует включить в «теоретическую» рекурсивную схему  $R_1$ , например, в её  $\varepsilon$ -область внутренней рекурсии (рис. 1).



В нашем случае, например, изучение закона Ома происходит посредством дедуктивного подхода, индивидуализируясь в маршрутах графа рекурсии в зависимости от способностей ученика. Маршруты графа рекурсии — это рекурсивные серии, как правило, смешанного (в смысле участия  $R_1$  и  $R_2$ ) типа. Они представляют варианты последовательности учебных действий, выполняемых в дедуктивном ключе. Ди-

Познавательная роль работы с «аномальными» ученическими представлениями, однако, велика и «игра стоит свеч», поскольку даёт возможность продемонстрировать взаимосвязи в теоретических знаниях о мире. «Ведь стройность здания науки, когда отдельные её части взаимно поддерживают друг друга, — замечал Ф. Бэкон, — является и должна являться истинным и эффекти-

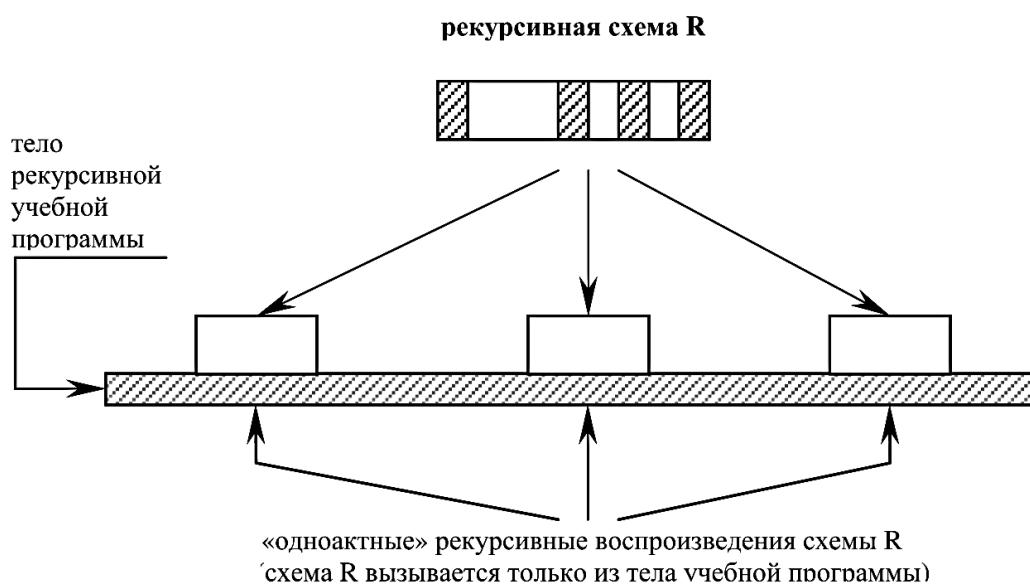


Рис. 5. Вырожденная реализация рекурсивной схемы

ным методом опровержения всех частных возражений»<sup>19</sup>.

В рассмотренных дедуктивной и индуктивной последовательностях учебной программы глубина рекурсии при «вызове» схемы  $R_1$  или  $R_2$  определяет через формулу (1) размер *серии* повторений соответствующих дидактических матриц, т.е. в нашем случае число исследованных теоретических зависимостей закона Ома или схем электрических цепей. Так задаются параметры *серийности* перекрёстных рекурсивных схем.

Чтобы рекурсия «состоялась», её глубина в учебной реализации должна превышать единицу. В противном случае фрагмент учебной программы, который она описывает, осуществляется без обращения к самому себе. Подобные «одноактные» воспроизведения рекурсивной схемы могут быть разбросаны по телу учебной программы и репрезентировать нерекурсивное использо-

вание дидактической матрицы (рис. 5). Здесь «рекурсивная» функция, т.е. обязанность вызывать рекурсивную схему, целиком переходит в ведение самой учебной

программы. Собственная же «самовызывающая» функция рекурсивной схемы оказывается вырожденной. В перекрёстной рекурсивной паре каждая из компонент может оказаться вырожденной, т.е. «несамовызывающей». В этом случае следует говорить о функциональной *вырожденности перекрёстной рекурсивной пары* как полной редукции моносерийных соединений.

Между тем в вырожденной перекрёстной рекурсивной паре при реализации одной из её компонент, скажем  $R_1$ , не теряется возможность вызова из  $R_1$  её «визави» —  $R_2$ ; в свою очередь из  $R_2$  может последовать вызов  $R_1$  и так далее. Следовательно, вырожденная перекрёстная рекурсивная пара может функционировать в особом *сингулярном*<sup>20</sup> рекурсивном режиме. Например, каждая из «ветвей» графа дедуктивной рекурсии (5) в конечном итоге начинает функционировать в сингулярном рекурсивном режиме. Такая же финальная сингулярная топография будет иметь место и в аналогичном графе индуктивной рекурсии.

Для генерации одной правдоподобной гипотезы достаточно реализовать *дедуктивную* познавательную последовательность через простейший эпистемологический цикл: выдвижение гипотезы — проверка (верификация или фальсификация) — выдвижение

<sup>19</sup> Бэкон Ф. О достоинстве и приумножении наук // Бэкон Ф. Сочинения в двух томах. Т. 1. С. 107 (курсив мой).

<sup>20</sup> Singularis (лат.) — отдельные значения; особый, одиночный, отдельный, своеобразный.

Дворецкий И.Х. Латинско-русский словарь. С. 933.

новой гипотезы (в случае фальсификации предыдущей) — снова проверка и т. д. Сингулярная рекурсивная серия  $V^{(1)}$  дедуктивного типа в этом случае будет иметь следующий вид:

$$V^{(1)} = R_1 \rightarrow R_2 \rightarrow R_1 \rightarrow R_2 \dots \quad (6)$$

Однако дидактическая нагрузка на такого рода дедуктивную сингулярную рекурсию может быть усилена, если учебная программа «разрешает» поочерёдное выдвижение по одной и той же проблеме *разных* правдоподобных теоретических гипотез  $R_1$ . Причём, выдвижение очередной гипотезы осуществляется после предварительного критического обсуждения предыдущей. Результатом работы рекурсивной пары в сингулярном режиме тогда станет набор *правдоподобных теоретических гипотез учеников*, к которым будет обращена общая для них познавательная рефлексия; в свою очередь она также может иметь рекурсивное воплощение.

В *индуктивной* познавательной последовательности взаимные «вызовы» рекурсивной пары предваряет работа «практической» схемы  $R_2$ . На основе её результатов «теоретическая» схема  $R_1$  формулирует гипотезу, которая либо может быть ещё раз проверена в новом эксперименте  $R_2$ , либо принята. Опровержение гипотезы ведёт к генерации новой, равно как и её принятие. Такого рода сингулярная рекурсивная серия  $V^{(2)}$  индуктивного типа записывается в виде следующей последовательности:

$$V^{(2)} = R_2 \rightarrow R_1 \rightarrow R_2 \rightarrow R_1 \dots \quad (7)$$

Дидактические возможности индуктивной серии могут быть усилены, если допустить выдвижение на «практическом» шаге ( $R_2$ ) эмпирических гипотез, которые затем сопоставляются ( $R_1$ ) с установленной теоретической концепцией, подкрепляясь или опровергаясь ею. Степени «свободы» концепции создают познавательный люфт, дающий, в свою очередь, свободу творческому воображению. Одним из результатов такого индуктивного обучения являются собственные *правдоподобные эмпирические теории учеников*.

В заключение отметим, что рекурсивная пара с перекрёстными ссылками использо-

валась нами как удобная модель для репрезентации особенностей рекурсивных схем, обслуживающих дедуктивно-индуктивные механизмы обучения. Сами по себе дедуктивно-индуктивные части учебной программы могут также иметь *иную* рекурсивную реализацию. □