

1. Представьте в виде произведения:

$$\sin^2 x - \sin^2 y$$

$$\operatorname{tg}^2 \alpha - \operatorname{tg}^2 \beta$$

$$\cos x + \cos 2x + \cos 3x + \cos 4x$$

$$\sin x + \sin 2x + \sin 3x + \sin 4x$$

2. Следующие выражения преобразуйте в произведение введением вспомогательного аргумента (например, $1 = \sin \frac{\pi}{2}$):

$$1 + \sin \alpha$$

$$\frac{3}{4} - \cos^2 \alpha$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} - \sin \alpha$$

$$\frac{1}{4} - \sin^2 \alpha$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} + \sin \alpha$$

$$\frac{1}{4} - \cos^2 \alpha$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} - \sin 35^\circ$$

$$3 - \operatorname{tg}^2 \alpha$$

$$\frac{3}{4} - \sin^2 \alpha$$

$$\sqrt{3} + 2 \cos \alpha$$

3. Решить уравнение:

$$3 \sin x = 2 \cos^2 x$$

$$\sin^4 x - \cos^4 x = 1$$

$$\cos^2 x - 2 \sin x = -\frac{1}{4}$$

$$\frac{2 \cos x - 3 \sin x}{\sin x + \cos x} = -\frac{1}{2}$$

$$6 \cos^2 x + 5 \cos x + 1 = 0$$

$$3 \operatorname{tg}^2 x + \frac{2}{\operatorname{ctg} x} - 5 = 0$$

$$\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x = 2$$

$$2 \operatorname{tg} x + 3 \operatorname{ctg} x = 5$$

$$\sin x + \cos x = \frac{1}{\cos x}$$

$$\sin^2 x = \cos^2 x$$

$$\cos^2 x + 2 \sin x \operatorname{ctg} x = \frac{5}{4}$$

$$2 \sin^2 x - 3 \cos^2 x + 3 \sin x \cos x = 0$$

$$\operatorname{ctg} x = 2 \cos x$$

$$5 \sin^2 x - 2 \cos^2 x - 3 \sin x \cos x = 0$$

$$2 \sin^2 x - 3 \cos x = 0$$

$$7 \sin^2 x - 8 \sin x \cos x - 15 \cos^2 x = 0$$

4. Упростить следующие выражения:

$$\frac{\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta)}$$

$$\frac{\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)}{\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)}$$

$$\frac{\sin\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right) - \cos\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right) + \cos\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right)}$$

5. Доказать следующие тождества:

$$\sin(\alpha + \beta) \sin(\alpha - \beta) = \sin^2 \alpha - \sin^2 \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) \cos(\alpha - \beta) = \cos^2 \alpha - \sin^2 \beta$$

$$\frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos \alpha \cos \beta} = \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta$$

$$\frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos \alpha \cos \beta} = \operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta$$

6. Решить уравнения:

$$\sin 2x \cos x = \cos 2x \sin x$$

$$\cos 3x \cos 2x = -\sin 3x \sin 2x$$

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = 0$$

$$1 + \sin x \sin 2x = \cos x \cos 2x$$

7. Выразить $\operatorname{tg}(\alpha + \beta)$ и $\operatorname{tg}(\alpha - \beta)$ через $\operatorname{tg} \alpha$ и $\operatorname{tg} \beta$.

Примечание: данные задачи – минимальный объем для подготовки к экзамену. Учебная часть рекомендует прорешать не менее 200 задач указанного типа, которые можно взять из учебников и пособий, находящихся в библиотечных фондах и приобрести в книжном магазине.